

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

**Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Уральский государственный университет им. А.М. Горького»**

ИОНЦ «Информационная безопасность»

Математико-механический факультет

Кафедра алгебры и дискретной математики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

Теория чисел

Экзаменационные материалы

Автор:

Сизый С.В., кандидат физико-
математических наук, доцент
кафедры алгебры и дискретной
математики

**Екатеринбург
2008**

Вопросы к экзамену

1. Деление с остатком, теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель, его представление.
3. Взаимно простые числа, теорема Чезаро.
4. Алгоритм Евклида, поиск наибольшего общего делителя.
5. Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными.
6. Простые числа, решето Эратосфена.
7. Основная теорема арифметики. Факторизация целых чисел.
8. Разложение чисел в цепные дроби.
9. Вычисление подходящих дробей цепной дроби.
10. Свойства подходящих дробей.
11. Континуанты и их связь с цепными дробями.
12. Анализ алгоритма Евклида, теорема Ламэ.
13. Приближение чисел цепными дробями.
14. Периодические цепные дроби, теорема Лагранжа.
15. Применения цепных дробей. Теорема Эрмита.
16. Целая и дробная часть числа, свойства и основные соотношения.
17. Мультипликативные функции и их основные свойства.
18. Число делителей натурального числа и сумма делителей натурального числа.
19. Функция Мебиуса, формула обращения.
20. Функция Эйлера, ее основные свойства.
21. Первообразные корни из единицы. Свойства функции Эйлера.
22. Бесконечные произведения и их свойства. Критерии сходимости бесконечных произведений.
23. ζ -функция Римана, ее аналитическое продолжение на комплексную плоскость.
24. ζ -функция Римана, отсутствие нулей за пределами критической полосы.
25. Применения ζ -функции Римана, расходимость ряда из обратных величин к простым числам.
26. Определения и простейшие свойства числовых сравнений.
27. Полная и приведенная системы вычетов.
28. Свойства линейных форм на полных и приведенных системах вычетов.
29. Теорема Эйлера.
30. Малая теорема Ферма.
31. Псевдопростые числа (числа Кармайкла).
32. Сравнения первой степени.
33. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.
34. Сравнения любой степени по простому модулю.
35. Теорема Вильсона.
36. Сравнения любой степени по составному модулю.

37. Сравнения второй степени. Символ Лежандра.
38. Свойства символа Лежандра.
39. Закон взаимности Гаусса.
40. Мера и категория на прямой.
41. Алгебраические и трансцендентные числа. Мощности множеств алгебраических и трансцендентных чисел.
42. Минимальный многочлен. Степень алгебраического числа.
43. Числа Лиувилля. Трансцендентность чисел Лиувилля.
44. Мера и категория множества чисел Лиувилля.
45. Иррациональность числа $e \approx 2,718281828459045\dots$
46. Трансцендентность числа $e \approx 2,718281828459045\dots$
47. Иррациональность числа $\pi \approx 3,141592653589793\dots$
48. Трансцендентность числа $\pi \approx 3,141592653589793\dots$
49. Интерполяционный многочлен Ньютона в комплексной плоскости.
50. Трансцендентность значений функции e^z . Теорема Линдемана.
51. Распределение простых чисел, основные закономерности.
52. Закон распределения простых чисел, теорема Чебышева.